

## Príloha B - Vyučovacia hodina č. 2

**Téma hodiny:** Plynulý exponenciálny rast

**Cieľ hodiny:** Na princípe množenia baktérií poukážeme na plynulosť exponenciálneho rastu a zároveň túto úvahu porovnáme s príbehom o vzniku šachu.

### Priebeh hodiny:

- ❖ Hodina začína diskusiou so zameraním na biológiu, kde sa učiteľ pýta (5 minút):
  - *Kto z vás chce ísť maturovať z biológie či chémie?*
  - *Chcete potom študovať medicínu, farmáciu alebo nejaké prírodné vedy?*
  - *Aké mikroorganizmy poznáte? (vírusy, baktérie, prvoky, plesne, kvasinky,...)*
  - *Viete vymenovať nejaké konkrétne baktérie?*
  - *Poznáte baktériu menom *Lactobacillus acidophilus*?*
  - *Ide o zákernú baktériu? Prečo?*
  
- Ak žiaci túto baktériu nepoznajú, učiteľ vysvetlí o aký druh baktérie sa jedná:

*„Lactobacillus acidophilus je druh baktérie z rodu Lactobacillus, ktoré sú známe tým, že rozkladajú laktózu a iné cukry na ľahko rozpustnú kyselinu mliečnu ( $\text{CH}_3\text{-CHOH-COOH}$ ). Konkrétne druh Acidophilus sa prirodzene vyskytuje v ľudskom a zvieracom tráviacom trakte a teda sa jedná o užitočnú baktériu, ktorá nám pomáha tráviť jedlo.“ (Lactobacillus acidophilus, 2018)*


- ❖ Dodatočne sa učiteľ vráti k diskusii aby vysvetlil prepojenie baktérií s matematikou:
  - *Ako ale toto všetko súvisí s matematikou?*
  - *Ako sa môže matematika vyskytovať v živote baktérií?*
  - *Viete čo je to generačný čas?*
  
- Ak neprichádza odpoveď na tretiu otázku, učiteľ objasní pojem generačný čas:

*„Generačný čas je čas, za ktorý sa množstvo baktérií zdvojnásobí. Tento čas závisí od typu baktérie aj od prostredia. Generačný čas väčšiny známych baktérií je 12 minút až 24 hodín, v niektorých prípadoch môže byť aj dlhší.“ (Kubáček, 2010)*

❖ Následne prichádza od učiteľa ozrejmienie výberu baktérie: *Spomínali sme Lactobacillus acidophilus a to preto, lebo za istých podmienok má táto baktéria generačný čas 1 hodinu.* Kvôli neskoršej potrebe tejto informácie pri riešení úloh napíše učiteľ tento údaj na tabuľu. Za čím nasledujú otázky:

- *Čo to teda znamená pre množstvo našej baktérie?*
- *Ako sa zmení množstvo za jednu hodinu?*
- *A teraz za 2 hodiny? A za 3 hodiny?*
- *A čo tak časové úseky menšie ako hodina?*
- *Napríklad polhodina, či štvrťhodina?*
- *Zmení sa za túto dobu množstvo baktérií?*

➤ Na poslednú otázku môže žiak odpovedať, že sa množstvo baktérií nezmení. V takomto prípade ho treba nechať vysvetliť ako to myslí. Môže totiž uvažovať o vzorke rovnako starých baktérií, ktorých počet sa zmení až za hodinu. Následne učiteľ dopovie, že vzorka baktérií je náhodná a vek baktérií je rovnomerne rozdelený.

 Hodina pokračuje zadaním úlohy (15 minút):

1. *Majme teda náhodnú vzorku baktérie Lactobacillus acidophilus neznámeho počtu. Zistite, koľkonásobne sa v ideálnych podmienkach zväčší pôvodne množstvo baktérie Lactobacillus acidophilus za dobu:*

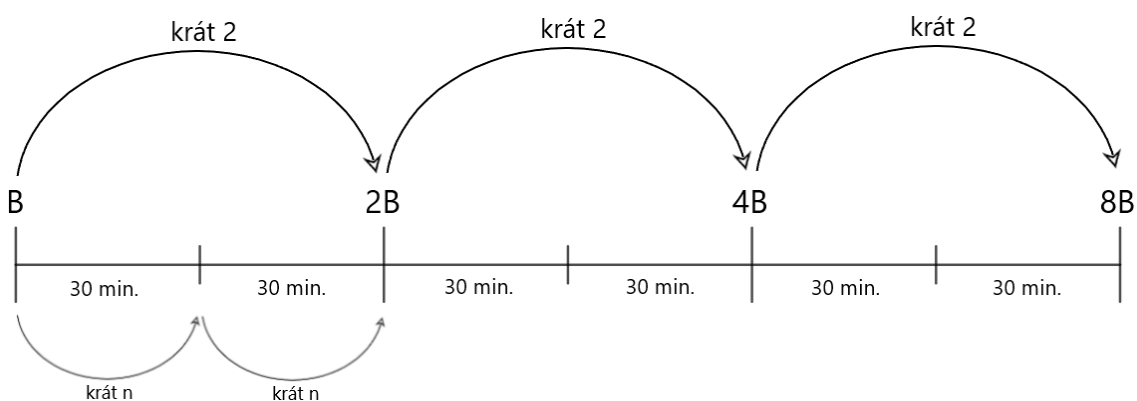
- a) *30 minút*
- b) *20 minút*
- c) *Štvrť hodiny*
- d) *1 a pol hodiny*

Čas	Mocnina čísla 2	Približný násobok
30 minút	$2^{\frac{1}{2}}$	1,4142
20 minút	$2^{\frac{1}{3}}$	1,2599
Štvrť hodiny	$2^{\frac{1}{4}}$	1,1892
1 a pol hodiny	$2^{\frac{3}{2}}$	2,8284

➤ Učiteľ môže žiakovi pomôcť tak, že mu poradí, nech si určí na začiatok experimentu nejaké pevné množstvo baktérií (napr. 100) a nech sleduje ako sa bude toto množstvo meniť v daných časových úsekoch.

❖ Ak si žiak aj napriek tomu nevie pomôcť, učiteľ poskytuje nápoved' spôsobom:

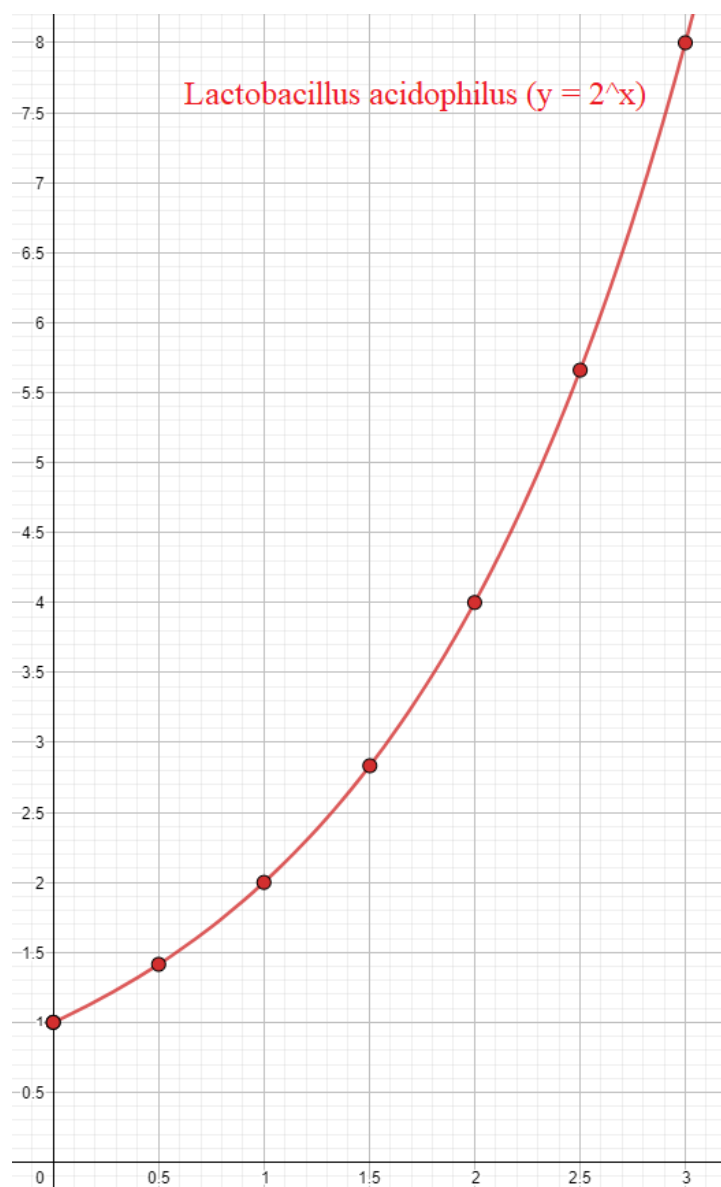
- *Koľkokrát sa vojde 30 minút do 1 hodiny?*
- *Čo vieme o zmene počtu baktérií za tieto 2 polhodiny, teda 1 hodinu?*
- *Platí to pre ľubovoľnú hodinu, že sa počet zdvojnásobi?*
- *Môže to fungovať podobne aj pre polhodinu?*
- *Zväčší sa množstvo za ľubovoľnú polhodinu rovnakým násobkom?*



➤ V tejto úlohe je očakávaný výskyt odpovede, že za polhodinu sa zväčší množstvo 1,5 násobne. V takomto prípade by mala tiež pomôcť vyššie poskytnutá nápoved', keďže žiak by si tak otestoval svoj nápad, ktorý by viedol k tomu, že za hodinu sa zväčší množstvo 2,25 násobne a nie 2 násobne, ako udáva zadanie úlohy.

✎ Po skontrolovaní predchádzajúcej úlohy zadá učiteľ dodatočné úlohy (10 minút):

2. *Vytvorte predpis, ktorý umožní zistiť, koľkonásobne sa pôvodné množstvo baktérií zväčší za čas  $x$  hodín (dosadením napr.  $x = 0,25$  do tohto predpisu zistíme, koľkonásobne sa zväčšilo pôvodné množstvo za štvrt'hodinu). Následne pre tento predpis zostrojte graf, na ktorom vyznačte aspoň 3 funkčné hodnoty (môžu byť aj hodnoty z prvej úlohy).*



➤ Po skončení samostatnej práce, sa učiteľ spýta žiakov na predpis a nechá niektorého zo žiakov aby následne nakreslil graf na tabuľu, aby si ostatní mohli skontrolovať správnosť riešenia úlohy.

❖ Následne učiteľ začne diskusiu o vytvorenom grafe (10 min.):

- Čo vám pripomína tento graf?
- Nestretli sme sa s takýmto grafom už minule?
- Mohol by ho prísť niekto nakresliť k tomuto grafu? ( $y = 2^{x-1}; x \in \mathbb{N}$ )
- Je medzi týmito grafmi nejaký rozdiel?
- Viete vysvetliť prečo je medzi nimi rozdiel?

- ❖ Ak by žiaci nevedeli vysvetliť prečo je jeden graf spojitý a druhý nie, učiteľ kladie otázky:
  - *Existuje na šachovnici nejaké ďalšie políčko medzi 2 susednými políčkami?*
  - *Napríklad medzi políčkami A1 a A2? Alebo medzi A1 a B1?*
  - *Môžeme šachovnicu rozdeliť na menej ako už vytvorených 64 políčok?*
  - *A bez toho aby sme ju lámali či krájali?*
  - *Je čas rovnako nedeliteľný alebo poznáme kratšie časové úseky?*
  
- Ďalším rozdielom je posunutie grafu po  $x$ -ovej osi. Ak by žiaci nevedeli vysvetliť príčinu, učiteľ sa spýta ako vyzerá predpis pre Sissovo návrh z minulej hodiny ( $y = 2^{x-1}$ ) a nech ho porovnajú s predpisom pre rast množstva baktérií ( $y = 2^x$ ).
  
- ❖ V závere hodiny učiteľ načrtne myšlienku o záporných hodnotách pre neznámu  $x$ :
  - *Aký je teda definičný obor našej funkcie?*
  - *Nemôže graf pokračovať aj na druhú stranu?*
  - *Ako to bude vyzeráť?*
  
- Učiteľ nechá žiakom priestor pre vysvetlenie vlastných predstáv o pokračovaní grafu. Následne si načrtnutý graf spoločne doplnia o záporne hodnoty. Pokiaľ to učiteľ nepokladá za nutnosť, nepýta sa na to, či graf pretne os  $x$  a necháva tento objav na samotného žiaka.
  
- 🏠 Zamyslite sa, čo znamená záporná hodnota pre našu baktériu *Lactobacillus acidophilus*.